

Les fonctions (III)

1

La continuité :

f est continue $\begin{cases} \text{en } a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \\ \text{sur } I \Rightarrow f \text{ est continue en tout réel } a \in I \end{cases}$

Si f est dérivable en $a \rightarrow f$ est continue en a
" " sur $I \rightarrow$ " sur I

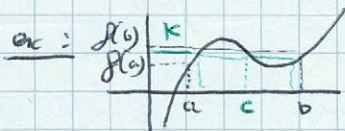
Réciproque fautive !!!

Les continuité des fonctions usuelles :

- polynomes (affine, cube...) sont continus en a
- racine carrée est continue sur $[0; +\infty[$
- inverse est continue sur $] -\infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$
- exponentielle est continue sur $\mathbb{R}$
- la fonction construite par opérations ou par composition
- rationnelles sont continues sur leur ensemble de définition

Théorème des valeurs intermédiaires (TVI) :

- Soit f une fonction continue sur I et a et b deux réels de I tel que $a < b$
- $\forall k \in \mathbb{R}$ compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que : $f(c) = k$

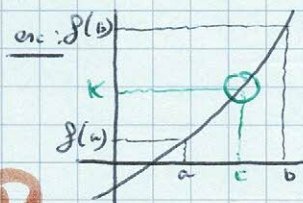


3 est de démontrer
l'existence d'une ou
plusieurs solutions à l'équation
mais ne donne pas les valeurs

2

Corollaire du TVI:

- Si f est continue et monotone sur $[a; b]$
- $\forall k \in \mathbb{R}$ compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet une solution unique sur $[a; b]$



Démonstration:

- continue sur $[a; b]$
- strictement "croissante" sur $[a; b]$
- $k \in [f(a); f(b)]$

Alors, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = k$ admet une solution unique $c \in [a; b]$